МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова

Решение задач транспортного строительства методами линейного программирования

Методические указания к выполнению индивидуального
домашнего задания по дисциплине
«Экономико-математические методы проектирования
транспортных сооружений»
для студентов направления 08.04.01– Строительство,
профиля «Автомобильные дороги»

Белгород 2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Белгородский государственный технологический университет
им. В.Г. Шухова
Кафедра автомобильных и железных дорог

Утверждено
научно-методическим советом
университета

Решение задач транспортного строительства методами линейного программирования

Методические указания к выполнению индивидуального
домашнего задания по дисциплине
«Экономико-математические методы проектирования
транспортных сооружений»
для студентов направления 08.04.01– Строительство,
профиля «Автомобильные дороги»

Белгород 2017

УДК 625.8 (075)
ББК 39.311 я 7
Р65

Составители: канд. техн. наук, доц. С.А. Гнездилова
ст. преп. А.С. Погромский
Рецензент канд. техн. наук, доц. А.И. Траутваин

Р79 **Решение** задач транспортного строительства методами линейного программирования: методические указания к выполнению индивидуального домашнего задания / сост.: С.А. Гнездилова, А.С. Погромский. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 19 с.

В методических указаниях приводятся основные требования к структуре и содержанию индивидуального домашнего задания по дисциплине «Экономико-математические методы проектирования транспортных сооружений», а также представлен порядок получения первоначального распределения поставок и расчета целевой функции. Приведен пример расчета.

Методические указания предназначены для студентов направления 08.04.01– Строительство, профиля «Автомобильные дороги».

Публикуется в авторской редакции.

УДК 625.7/.8 (075)
ББК 39.311 я 7

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Закрепить теоретические знания студентов по практическому использованию задач линейного программирования, решаемых распределительными методами. Научить практическим приемам первоначального распределения поставок методами «северо-западного угла», «минимума по строке» и «наименьшей стоимости», расчета целевой функции.

СОДЕРЖАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНОГО ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Индивидуальное домашнее задание состоит из расчетно-пояснительной записки, содержащей следующие разделы:

1. Исходные данные для расчета.
2. Общие положения и область использования задач линейного программирования, решаемых распределительными методами.
3. Описание основных математических зависимостей, используемых для решения транспортной задачи.
4. Первоначальное распределение поставок. Расчет значения целевой функции.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАБОТЫ

Пояснительная записка (объем 5-7 с.) должна состоять из титульного листа, задания на проектирование, содержания, текста пояснительной записки и списка использованной литературы.

Текст пояснительной записки с необходимыми расчетами, обоснованиями и титульный лист должны быть написаны на стандартных листах формата А4 и оформлены в соответствии с ЕСКД. Формулы приводятся с расшифровкой всех символов и с последующей подстановкой числовых величин. Страницы пояснительной записки подлежат сквозной нумерации, ссылки на литературу указываются в квадратных скобках, список литературы составляется в порядке ее использования.

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ К ИНДИВИДУАЛЬНОМУ ДОМАШНЕМУ ЗАДАНИЮ

Исходными данными являются:

а) задание на выполнение ИДЗ в виде таблицы с затратами на перевозку одной единицы груза, потребности в материалах потребителей и объемы запасов материалов у поставщиков.

СТРУКТУРА ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ

1. Исходные данные для расчета

Исходные данные включают в себя: задание на выполнение ИДЗ в виде таблицы с затратами на перевозку одной единицы груза, потребности в материалах потребителей и объемы запасов материалов у поставщиков.

2. Транспортная задача линейного программирования

2.1. Общие положения

В экономическом анализе дорожного строительства можно выделить широкий круг задач, решаемых методами линейного программирования.

Транспортная задача имеет специфическую экономико-математическую модель и решается, как правило, не универсальным симплексным методом, а с помощью, так называемого распределительного метода и его различных модификаций.

Простейшими транспортными задачами являются задачи о перевозках некоторого однородного груза из пунктов отправления (от поставщиков) в пункты назначения (к потребителям) при обеспечении минимальных затрат на перевозки.

Их особенностью является необходимость поиска экстремального значения некоторой линейной функции, которую принято называть целевой функцией. В результате решения задачи рассчитывается максимум выпуска (производства) строительной продукции, получения прибыли, темпа строительных работ или минимума затрат, издержек производства, сроков сдачи объекта в эксплуатацию и т. п.

2.2. Экономико-математическая модель транспортной задачи

Модель линейного программирования включает: целевую функцию, ограничения и нормировочное условие.

Математическая модель задачи сведется к нахождению минимума функции цели, выражающей суммарные затраты на перевозки всего груза.

Целевая (или экономическая) функция L представляет собой линейную зависимость вида:

$$L = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} C_{ij} x_{ij} \rightarrow \min(\max), \tag{1}$$

где C_{ij} - стоимость поставки единицы продукции j-го поставщика i-му потребителю; x_{ij} - объем поставки продукции j-м поставщиком i-му потребителю; n - количество потребителей (объектов строительства); m - количество поставщиков (баз, заводов, карьеров и т. п.).

Показатель C_{ij}, т. е. «стоимость» является критерием эффективности решения и может иметь более широкий смысл, чем традиционная стоимость в форме финансовых затрат: под «стоимостью» может пониматься время доставки продукции, трудо - или энергозатраты и т.п.

Ограничения формируются в форме двух групп неравенств вида:

$$\begin{array}{ll} 1)\ x_{11}+x_{12}+\ldots+x_{1m} \le a_1 & 2)\ x_{11}+x_{12}+\ldots+x_{1n} \le b_1 \\ \quad x_{21}+x_{22}+\ldots+x_{2m} \le a_2 & \quad x_{21}+x_{22}+\ldots+x2n \le b_2 \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \quad x_{n1}+x_{n2}+\ldots+x_{nm} \le a_n & \quad x_{1m}+x_{2m}+\ldots+x_{nm} \le b_n \end{array} \tag{2}$$

где $a_1, a_2, \ldots, a_n$ - потребности в материалах, конструкциях 1-го, 2-го,..., n-го потребителя;

$b_1, b_2, \ldots, b_т$ - объемы запасов материалов, конструкций у 1-го, 2-го, ..., m-го поставщика.

Первая группа неравенств есть ограничения по потребителям, вторая – по поставщикам.

Нормировочное условие отражает неотрицательность переменных x_{ij}, т.е. $x_{ij} \ge 0$.

Это условие означает, что поставка продукции может осуществляться с j-го поставщика i-му потребителю ($x_{ij}>0$. либо не осуществляться ($x_{ij}=0$). Положительное значение x_{ij} означает, что поставка должна идти от поставщика к потребителю; обратное исключено (это означало бы x_{ij} <0, что абсурдно).

Если к системе ограничений (2) прибавим еще одно:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j \tag{3}$$

т. е. суммарная мощность поставщиков будет равна суммарному спросу потребителей, то мы получим *закрытую* модель задачи.

Задачам, в которых это ограничение отсутствует, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i \neq \sum_{j=1}^{m} b_j \qquad (4)$$

первоначально соответствует *открытая* модель.

Оптимальному решению транспортной задачи соответствует оптимальное распределение поставок. При этом оптимальном распределении поставок функция цели $L=c_{11}x_{11}+ c_{12}x_{12}+ \ldots + c_{nm}x_{nm}$ достигает своего минимума.

Распределительный метод решения транспортной задачи предполагает последовательное использование расчетных таблиц, соответствующих тому или иному шагу решения и содержащих определенное распределение поставок. Так как распределение поставок должно соответствовать базисному решению, то и клетки таблицы должны соответствовать основным (положительным) и неосновным (равным нулю) переменным.

На практике это сводится к тому, что в клетки, соответствующие основным переменным, записывают поставки, а клетки, которым соответствуют неосновные (равные нулю) переменные, остаются незаполненными (свободными).

В дорожном строительстве подобные задачи встречаются довольно часто. Многие из них однотипны по формулировке целевой функции, ограничений, а также по способам получения оптимальных решений. Это позволяет выделить следующие типы задач в области дорожного (транспортного) строительства, решаемых с применением моделей линейного программирования:

1) *материальное обеспечение строительства* (составление оптимального плана поставок материалов и конструкций с нескольких баз, карьеров на объекты строительства);

2) *организация заготовительно-транспортных работ*;

3) *перемещение земляных масс* (распределение грунтов из m выемок в n насыпей, а при отсутствии равенства объемов грунта - перемещение грунта выемок в карьеры, либо поставки грунта в насыпь из боковых резервов или грунтовых карьеров);

4) *комплектование специализированных подразделений* (если имеются m видов работ и n видов техники, то следует сформировать столько подразделений, чтобы они обеспечили максимальную производительность или максимальный темп строительных работ);

5) *организация ремонта поврежденной техники* (если на дороге работают m строительных организаций, а в районе строительства имеется n ремонтных предприятий, надо так распределить неисправную технику этих организаций между ремонтными заводами, чтобы стоимость ремонтов (с учетом доставки техники) была минимальной, либо время

возвращения отремонтированной техники на объекты работ бы кратчайшим);

6) *распределение подразделений и организаций по объектам работ* (надо так расставить m подразделений по n объектам работ, чтобы это обеспечило наибольшую производительность или максимальный темп работ).

Кроме того, существует большой класс сетевых задач линейного программирования, позволяющих проектировать рациональную сеть транспортных коммуникаций в регионе, выбирать направление обходов барьерных мест.

Чтобы решать практические задачи с применением моделей линейного программирования, необходимо сделать постановку задачи, построить саму модель, а затем выполнить решение. Наибольшую сложность предстаем постановка задачи и построение модели.

2.3. Первоначальное распределение поставок и методы получения оптимальных решений

Решение транспортной задачи начинается с построения допустимого базисного плана. Существует несколько методов построения опорных планов:

– северо-западного угла;

– минимума по строке (столбцу);

– наименьшей стоимости;

– Фогеля и другие методы.

*Метод «северо-западного угла»***.** При этом способе не обращают никакого внимания на показатели затрат. Начав заполнение с клетки левой верхней клетки («северо-западный угол» таблицы), ступенями спускаются вниз до клетки *(n, m).*

Метод минимальной стоимости по строке (столбцу) предусматривает внесение максимально возможного значения x_{ij} в ту клетку каждой строки (столбца), начиная с первой, в которой C_{ij} наименьшее. Смысл этого действия вполне ясен - в первую очередь следует использовать наиболее дешевые перевозки.

Недостатком метода является то, что при выборе минимального C_{ij} в строке мы не учитываем C_{ij} столбца и наоборот.

Метод наименьшей стоимости, являющийся дальнейшим развитием «предшествующего метода, свободен от указанного недостатка. В первую очередь заполняется клетка, имеющая минимальное C_{ij} во всей матрице.

Наиболее известными методами оптимизации являются распределительные методы. Один из них - *метод «лестницы»* («stepping stone»).

Суть метода состоит в том, что вместо нулевых перевозок в опорном плане последовательно вводятся единичные перевозки (по одной на каждый шаг оптимизации) и проверяется, будет ли возрастать или уменьшаться значение L целевой функции. Если выявляется перевозка, уменьшающая значение L, то строится новый опорный план и его оптимизация продолжается тем же методом. Если внесение перевозок в любую из нулевых клеток очередного опорного плана приводит к увеличению L, то данный опорный план является оптимальным.

Таким образом, он основан на распределении некоторых значений x_{ij} между клетками опорного плана без нарушения баланса по строкам и столбцам. Условимся понимать под *циклом перераспределения* совокупность одной свободной и нескольких заполненных клеток соединенных замкнутой ломаной линией. Замкнутая ломанная строится ходом шахматной ладьи, начиная со свободной клетки.

Количество циклов соответствует числу свободных клеток опорного плана, причем на одной клетке можно построить только один цикл.

Циклы перераспределения поставок в разных транспортных задачах могут иметь самую различную конфигурацию (рис. 1).

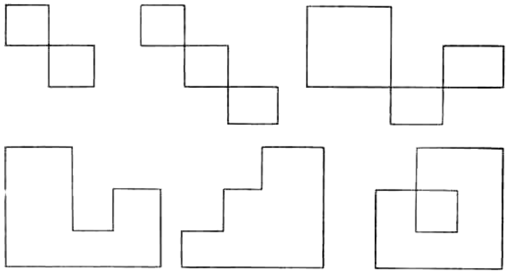

Рис.1. Виды циклов перераспределения

Недостатком метода лестницы является необходимость построения циклов перераспределения для всех свободных клеток опорного плана. Поэтому для матриц большого объема чаще используется «метод потенциалов», называемый также модифицированным распределительным методом.

Суть метода состоит в следующем. Для любой свободной клетки транспортной таблицы всегда существует единственный цикл, положительная вершина которого лежит в этой свободной клетке, а все остальные - в базисных. Если цена такого цикла отрицательна, то план можно улучшить перемещением перевозок по данному циклу. Количество единиц груза, которое можно переместить, определяется минимальным значением перевозок, стоящих в отрицательных вершинах цикла (если переместить большее число единиц груза, возникнут отрицательные перевозки). Если циклов с отрицательной ценой нет, то это означает, что дальнейшее улучшение плана невозможно, т.е. оптимальный план найден.

Решение сводится к отысканию такой системы потенциалов, при которой соблюдается условие оптимальности:

$$\begin{aligned} &v_j - u_i \le C_{ij} \\ &v_j - u_i = C_{ij}, если x_{ij} > 0. \end{aligned} \qquad (5)$$

Переменные u_i называют потенциалами пунктов производства, а v_j — потенциалами пунктов потребления.

2.4. Открытые модели транспортных задач

Как отмечалось в 2.2, модели транспортных задач, в которых $\sum_{i=1}^{n} a_i \ne \sum_{j=1}^{m} b_j$ - открытые.

Здесь возможны два случая:

а) объем мощностей меньше суммарного спроса, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i < \sum_{j=1}^{m} b_j , \qquad (6)$$

б) объем мощностей поставщиков больше суммарного спроса потребителей, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i > \sum_{j=1}^{m} b_j , \qquad (7)$$

Но в том и в другом случае модель замыкают путем ввода фиктивного поставщика (потребителя).

Чтобы замкнуть модель, в случае а) вводится фиктивный поставщик, мощность которого принимается равной разности

$$\sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i , \qquad (8)$$

В качестве показателей затрат на перевозки от фиктивного поставщика можно взять любые числа, одинаковые по всей строке фиктивного поставщика. Однако проще всего принять их равными нулю. После введения таким образом фиктивного поставщика модель задачи становится закрытой и ее можно решать способом, изложенным выше. Следует только иметь в виду: устанавливая число заполненных клеток по формуле *n+m-1,* нужно в число m поставщиков включать и фиктивного поставщика.

После того, как будет найдено оптимальное распределение поставок, окажется, что некоторая часть потребностей одного или нескольких потребителей не может быть удовлетворена за счет мощностей реальных поставщиков.

В случае б) вводится фиктивный потребитель, спрос которого равен

$$\sum_{i=1}^{n} a_i - \sum_{j=1}^{m} b_j \,, \tag{9}$$

Показатели затрат в столбце фиктивного потребителя следует принять равными нулю.

Приложение

Пример расчета

Выполнив первоначальное распределение поставок по методу «северо-западного угла», «наименьшей стоимости» и «минимума по строке», найти оптимальное распределение поставок и минимальные затраты на перевозки в следующей задаче:

Таблица 1

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		90	90	120
I	120	7	6	4
II	100	3	8	5
III	80	2	3	7

Проверим, что модель является закрытой:

$$\sum_{i=1}^{3} a_i = 300,\ \sum_{j=1}^{3} b_j = 300, т.е. \sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{3} b_j.$$

Число поставщиков: n=3;

Число потребителей: m=3;

Число всех клеток: $3\cdot 3=9$;

Число заполненных клеток:3+3-1=5;

Число свободных клеток:9-5=4.

Решим задачу методом *«северо-западного угла»*.

Снабдим каждую клетку двойным номером, совпадающим с индексами соответствующей этой клетке переменной (первый индекс совпадает с номером поставщика, второй - с номером потребителя). В верхнем левом (северо-западном) углу таблицы стоит одна из искомых переменных x_{11}. На 1-м шаге примем произвольно ее значение равным меньшей из величин a_1 и b_1, т. е. x_{11} = min(a1; b1)=90.

Объем вывозки из карьера 1 на участок 1 не должен быть больше общей потребности в материале для этого участка ($x_{11} \le b_1=90$) и в то же время он не может быть больше запасов в карьере 1 ($x_{11} \le a_1=120$). Следовательно, $x_{11} = \min(a_1; b_1)=90$ и соответствует наибольшему, который только возможен по условиям задачи, объему вывозки на участок 1 из карьера 1. Приняв $x_{11} = a_1=90$, получаем, что $x_{21}=0$ и $x_{31}=0$, так потребность 1-го объекта в материале полностью удовлетворена.

Данные после первого цикла построения приведены ниже:

Таблица 2

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=90	b_2=90	b_3=120
I	a_1- b_1= 30	x_{12}=90	x_{12}	x_{13}
II	a_2=100	x_{21}=0	x_{22}	x_{23}
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}	x_{33}

Но в первом карьере остались запасы, равные 30, которые поставляем на второй объект.

На 2-м шаге в северо-западном углу оказывается уже неизвестная величина x12, которая также назначается из условия $x_{12} = \min(a_1-b_1;\ b_2)$.

Примем $x_{12} = a_1-b_1= 30$, а $x_{13} = 0$, так как все запасы карьера 1 уже исчерпаны.

Данные после второго цикла построения приведены ниже:

Таблица 3

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2-(a_1-b_1) =60	b_3=120
I	a_1=0	x_{12}=90	x_{12}=30	x_{13}=0
II	a_2=100	x_{21}=0	x_{22}	x_{23}
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}	x_{33}

На 3-м шаге в северо-западном углу оказывается уже неизвестная величина x_{22}, которая также назначается из условия $x_{22} = \min(a_2;\ b_2-(\ a_1-b_1))$.

Таким образом, на объект x_{22} необходимо осуществить поставку x_{22}=90-30=60. Приняв x_{22}=60, получаем x_{32}=0 - потребность второго объекта полностью удовлетворена.

Тогда после3-го шага получаем следующую таблицу-матрицу:

Таблица 4

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=0	b_3=120
I	a_1=0	x_{12}=90	x_{12}=30	x_{13}=0
II	a_2- b_2-(a_1-b_1) =40	x_{21}=0	x_{22}=60	x_{23}
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}=0	x_{33}

Остаток материала во втором карьере составил $a_2- b_2-(\ a_1-b_1)$ = 100-60=40.

На 4-м шаге в северо-западном углу оказывается уже неизвестная величина x_{23}, которая также назначается из условия x_{23} = min(a_2- b_2-(a_1-b_1); b_3), т.е. на третий объект необходимо осуществить поставку x_{23}=40.

Тогда после 4-го шага получаем следующую таблицу-матрицу:

Таблица 5

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=0	b_3- a_2- b_2-(a_1-b_1)=80
I	a_1=0	x_{12}=90	x_{12}=30	x_{13}=0
II	a_2=0	x_{21}=0	x_{22}=60	x_{23}=40
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}=0	x_{33}

На 5-м шаге в северо-западном углу оказывается уже неизвестная величина x_{33}, которая также назначается из условия x_{33} = min(a_3; b_3- a_2-b_2-(a_1-b_1)). Таким образом, на объект x_{33} необходимо осуществить поставку x_{33}=80 – все запасы карьера 3. Потребность третьего объекта полностью удовлетворена.

Тогда после 5-го шага получаем следующую таблицу-матрицу:

Таблица 6

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=0	b_3=0
I	a_1=0	x_{12}=90	x_{12}=30	x_{13}=0
II	a_2=0	x_{21}=0	x_{22}=60	x_{23}=40
III	a_3=0	x_{31}=0	x_{32}=0	x_{33}=80

Решим задачу методом *«наименьшей стоимости»*.

Выберем клетку, имеющую наименьший показатель затрат. Такой показатель, равный двум, находится в клетке x_{31}. Произведем поставку в эту клетку. Величина поставки на объект x_{31} равна min(a_3; b_1)=80. Первому потребителю необходима еще поставка в 10 ед. Он может ее получить как от первого, так и от второго поставщика. Но так как показатель затрат в клетке x_{12} меньше, то x_{12}=10. При этом x_{11}=0. Так при поставке на первый объект мощность третьего карьера была исчерпана, то x_{32}=0 и x_{33}=0. После первого цикла имеем следующую таблицу-матрицу:

Таблица 7

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=90	b_3=120
I	a_1=120	x_{12}=0	x_{12}	x_{13}
II	a_2- (b_1- a_3)=90	x_{21}=10	x_{22}	x_{23}
III	a_3=0	x_{31}=80	x_{32}=0	x_{33}=0

На 2-м шаге на втором карьере остались мощности размером a_2-(b_1- a_3) =90. Их можно поставить на 2-й или 3-й объект. Отдадим их 3-му потребителю, т.к. затраты в клетке x_{23} меньше, чем в клетке x_{22}, т.е. x_{23}=90, а x_{22}=0.

После второго цикла имеем следующую таблицу-матрицу:

Таблица 8

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=90	b_3- a_2- (b_1- a_3)=30
I	a_1=120	x_{12}=0	x_{12}	x_{13}
II	a_2=0	x_{21}=10	x_{22}=0	x_{23}=90
III	a_3=0	x_{31}=80	x_{32}=0	x_{33}=0

Недостающие 30 ед. третий объект получит с первого карьера, т.е. x_{13}=30. Оставшиеся 90 ед. на первом карьере поставим на 2-й объект и тем самым удовлетворяем спрос 2-го потребителя, т.е. x_{12}=90.

После третьего цикла имеем следующую таблицу-матрицу:

Таблица 9

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=0	b_3=0
I	a_1=0	x_{12}=0	x_{12}=90	x_{13}=30
II	a_2=0	x_{21}=10	x_{22}=0	x_{23}=90
III	a_3=0	x_{31}=80	x_{32}=0	x_{33}=0

Решим задачу методом *«минимума по строке»*.

В первой строке таблицы 1 найдем минимальное значение c_{ij}, а именно c_{13}=4. Тогда следует принять x_{13}= min(a_1; b_3), т.е. в рассматриваемом случае x_{13}= a_1=120. При этом x_{11}=0, x_{12}=0, , x_{23}=0 и x_{33}=0 т.е. получим вспомогательную таблицу-матрицу:

Таблица 10

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=90	b_2=90	b_3=0
I	a_1=0	x_{12}=0	x_{12}=0	x_{13}=120
II	a_2=100	x_{21}=0	x_{22}	x_{23}=0
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}	x_{33}=0

Переходя ко второй строке таблицы 1 строке таблицы 1 найдем, что минимальное значение c_{ij} есть c_{21}=3. Тогда следует принять x_{13}= min(a_2; b_1), т.е. в рассматриваемом случае x_{13}= b_1=90. Следующее меньшее значение c_{ij} во второй строке таблицы 1 c_{23}=5. Однако после первого шага значение x_{23}=0 уже определилось. Оставшееся значение c_{ij} во второй строке таблицы 1 c_{22}=8. Примем поэтому $x_{22}= \min(a_2 - b_1; b_2)$, в нашем случае $x_{22}= a_2 - b_1$=10.

Данные после второго цикла построения приведены ниже:

Таблица 11

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2-(a_2- b_1)=80	b_3=0
I	a_1=0	x_{12}=0	x_{12}=0	x_{13}=120
II	a_2=0	x_{21}=90	x_{22}=10	x_{23}=0
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}	x_{33}=0

После последнего 3-го шага получаем опорный план:

Таблица 12

Карьеры	Мощность карьеров	Потребность в материале		
		1	2	3
		b_1=0	b_2=0	b_3=0
I	a_1=0	x_{12}=0	x_{12}=0	x_{13}=120
II	a_2=0	x_{21}=90	x_{22}=10	x_{23}=0
III	a_3=80	x_{31}=0	x_{32}=80	x_{33}=0

Вычислим значения целевой функции для опорных планов, построенных тремя методами. Для опорного плана, построенного по методу северо-западного угла, получим:

$L = c_{11}x_{11}+ c_{12}x_{12}+ c_{13}x_{13}+ c_{21}x_{21}+ c_{22}x_{22}+ c_{23}x_{23}+ c_{31}x_{31}+ c_{32}x_{32}+ c_{33}x_{33}=7\cdot 90 + 6\cdot 30 +4\cdot 0+3\cdot 0\ 8\cdot 60 + 5\cdot 40 + 2\cdot 0 +3\cdot 0\ \ +7\cdot 80 = 2050$ ден.ед.

Для опорного плана, построенного по методу «минимума по строке», получим:

$L = c_{11}x_{11}+ c_{12}x_{12}+ c_{13}x_{13}+ c_{21}x_{21}+ c_{22}x_{22}+ c_{23}x_{23}+ c_{31}x_{31}+ c_{32}x_{32}+ c_{33}x_{33}=7\cdot 0 + 6\cdot 0 + 4\cdot 120 + 3\cdot 90 + 8\cdot 10 + 5\cdot 0\ \ +2\cdot 0+3\cdot 80 +7\cdot 0 = 1070$ ден.ед.

Для опорного плана, построенного по методу «наименьшей стоимости», получим:

$L = c_{11}x_{11}+ c_{12}x_{12}+ c_{13}x_{13}+ c_{21}x_{21}+ c_{22}x_{22}+ c_{23}x_{23}+ c_{31}x_{31}+ c_{32}x_{32}+ c_{33}x_{33}=7\cdot 0 + 6\cdot 90 + 4\cdot 30 + 3\cdot 10 + 8\cdot 0 + 5\cdot 90\ \ +2\cdot 80+3\cdot 0 +7\cdot 0 = 1300$ ден.ед.

Вывод: Таким образом, опорный план, построенный по методу «минимума по строке», обусловливает меньшие значения целевой функции и потребует для своей оптимизации меньшего числа итераций.

Библиографический список

1. Золотарь, И.А. Экономико-математические методы в дорожном строительстве: учеб. пособие / И.А. Золотарь. - М.: Транспорт, 1974. – 246с.
2. Карасев, А.И. Математические методы и модели в планировании: учеб. пособие для экон. вузов / Н.Ш. Кремер, Т.И.Васильева; под общ. ред. А.И. Карасева; - М.: Экономика,1987. - 240с.
3. Мальцев, Ю.А. Экономико-математические методы в транспортном строительстве: учеб. пособие / Ю.А. Мальцев. - М.: Балашиха, ВТУ, 2006. – 245с.

Оглавление

Учебное издание

Решение задач транспортного строительства методами линейного программирования

Методические указания к выполнению индивидуального домашнего задания по дисциплине «Экономико-математические методы проектирования транспортных сооружений» для студентов направления 08.04.01– Строительство, профиля «Автомобильные дороги»

Составители: **Гнездилова** Светлана Александровна
Погромский Алексей Сергеевич

Подписано в печать Формат 60х84/ 16. Усл.печ.л. 1,2 .Уч-изд.л. 1,3.
Тираж 100 экз. Заказ Цена
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете им. В.Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46