

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Белгородский государственный технологический университет  
им. В.Г. Шухова

**Экономико-математические методы  
проектирования транспортных сооружений**

Методические указания к выполнению практических  
и индивидуальных домашних заданий  
для студентов направления 08.03.01– Строительство,  
профиля «Автомобильные дороги и аэродромы»

Белгород  
2017

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Белгородский государственный технологический университет  
им. В.Г. Шухова  
Кафедра автомобильных и железных дорог

Утверждено  
научно-методическим  
советом университета

**Экономико-математические методы  
проектирования транспортных сооружений**

Методические указания к выполнению практических  
и индивидуальных домашних заданий  
для студентов направления 08.03.01– Строительство,  
профиля «Автомобильные дороги и аэродромы»

Белгород  
2017

УДК 625.8 (075)

ББК 39.311 я 7

Э40

Составители: канд. техн. наук, доц. С.А. Гнездилова

ст. преп. А.С. Погромский

Рецензент канд. техн. наук, доц. А.И. Траутвайн

- Э40 **Экономико-математические** методы проектирования транспортных сооружений: методические указания к выполнению практических и индивидуальных домашних заданий / сост.: С.А. Гнездилова, А.С. Погромский.  
– Белгород: Изд-во БГТУ, 2017. – 25 с.

В методических указаниях приводятся основы применения экономико-математических методов в транспортном строительстве, порядок построения моделей, методика получения оптимальных решений.

Методические указания предназначены для студентов направления 08.03.01–Строительство, профиля «Автомобильные дороги и аэродромы».

Публикуется в авторской редакции.

Издание публикуется в авторской редакции.

УДК 625.7/8 (075)

ББК 39.311 я 7

© Белгородский государственный  
технологический университет  
(БГТУ) им. В.Г. Шухова, 2017

## 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТЕРИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В анализе экономической эффективности проектных вариантов используется метод сравнения строительных затрат по сметной стоимости и в качестве лучшего варианта принимается вариант с наименьшей сметной стоимостью. Кроме стоимостных критериев, в ряде случаев могут быть использованы соответствующие им критерии, выражаемые в энергозатратах (лошадиные силы-часы, киловатт-часы и т. п.) [1].

В настоящее время дорожные работы почти полностью механизированы. Можно было бы измерять затраты на выполнение работ в машино-сменах, однако при этом нивелировалось бы различие в энергоёмкости, мощности двигателей различных машин. Хорошо известно, что мощность двигателя той или иной машины во многом обуславливает расходы топлива, смазочных материалов, а также затраты на техническое обслуживание машины. Поэтому целесообразно измерять энергозатраты на дорожные работы  $\mathcal{E}_o$  (л. с. ч.). Величина  $\mathcal{E}_o$  на 1 км дороги может быть получена из соотношения (1.1) [1]:

$$\mathcal{E}_o = \sum_{i=1}^n N_i \eta_i t_i, \quad (1.1)$$

где  $N_i$  — число машин  $i$ -го вида с мощностью двигателя  $\eta_i$ ;  $t_i$  — среднее суммарное время занятости в часах машины  $i$ -го вида для выполнения дорожных работ на 1 км дороги.

После проведения дорожных работ автомобили получают возможность осуществлять движение (перевозки) в лучших условиях, экономия времени благодаря более высоким скоростям движения. Экономия энергозатрат автомобильного транспорта на 1 км дороги за сутки также можно выразить в л. с. ч на основе соотношения

$$\Delta \mathcal{E}_T = \left( \frac{1}{v_T} - \frac{1}{v'_T} \right) \sum_{j=1}^k N_j^{(a)} \eta_j^{(a)}, \quad (1.2)$$

где  $v_T$  и  $v'_T$  — среднетехнические скорости движения на рассматриваемом километре дороги до и после выполнения дорожных работ;

$N_j^{(a)}$  — количество автомобилей  $j$ -го типа с мощностью двигателя  $\eta_j^{(a)}$  в суточном составе движения;  $k$  — число типов автомобилей в составе движения.

Срок окупаемости энергозатрат  $T_a$  определится соотношением

$$T_1 = \frac{v_T v_T \sum_{i=1}^k N_{li} \eta_{li} t_{li}}{(v_T - v_T) \sum_{i=1}^k N_j^{(a)} \eta_j^{(a)}}, \quad (1.3)$$

**Задание.** Необходимо решить следующие задачи.

1. При реконструкции автомобильной магистрали на одном из ее участков для пропуски транзитного движения в весеннее время используется объезд, проложенный по существующей автомобильной дороге с гравийным покрытием шириной 5 м. Необходимо установить технико-экономическую целесообразность уширения покрытия с 5 до 7 м при следующих данных: расчетная толщина покрытия на полосе уширения — 20 см; дальность возки гравийных материалов для уширения — 15 км. Для выполнения работ имеются следующие машины: автомобилесамосвалы ЗИЛ-ММЗ-555, экскаваторы Э-255, автогрейдеры Д-144А, прицепные катки с трактором ДТ-54. Суточный состав транзитного движения по объезду: автомобилей типа МАЗ-500—100 (180 л.с.); ЗИЛ-130—2000 (150 л.с.); ГАЗ-52—1500 (115 л.с.). Установленная средняя скорости движения на объезде до уширения  $v_{cp}$  составляла 12 км/ч, после уширения 20 км/ч. Требуемый срок службы объезда  $T_d=15$  сут (по условиям реконструкции) [1].

2. Требуется установить для лесовозных дорог в Вологодской обл. оптимальную высоту насыпи, возводимой из местных суглинков, при которой суммарная стоимость земляного полотна и гравийного дорожного покрытия будет минимальна. Требуемый модуль упругости  $E_{тр} = 90$  МПа. Модуль упругости гравийного материала — 300 МПа. Дальность возки гравийного материала—16—20 км. Увлажнение грунта насыпи весной и осенью может происходить вследствие застоя поверхностных вод (3-й тип местности). В табл. 1.1 и 1.2 приведены данные института Лесгипротранс о стоимости устройства насыпей различной высоты и гравийного покрытия при ширине земляного полотна 10 м. На основании имеющихся методов прогнозирования модуля упругости земляного полотна  $E_0$ , а также расчета необходимой толщины гравийного покрытия при  $E_{тр} = 90$  МПа найдены значения, приведенные в таблице 1.2. Стоимость 1 км гравийного покрытия  $h=0.20$  м равна 13.6 тыс.руб. (для Лтранспортировки=16-20 км) [1].

Таблица 1.1

Тип местности по условиям увлажнения	Высота, м				
	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
	Стоимость 1 км земляного полотна, тыс. руб.				
1-й	4,6	7,5	9,9	15,7	22,3
2-й	5,7	9,6	13,5	19,5	28,0
3-й	7,3	12,2	17,1	25,0	35,4

Таблица 1.2

Высота насыпи $H_n$ , м	Модуль упругости з.п., $E_0$	Необходимая толщина гравийного покрытия $h_{пг}$ , м
0.50	41	0.48
0.75	48	0.35
1.00	56	0.31
1.50	67	0.24
2.00	70	0.22

## 2. ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ДОРОЖНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

*Законом распределения случайной величины* называется соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Распределение случайной величины может быть *непрерывным* или *дискретным*.

Закон распределения характеризуется рядом распределения, функцией распределения и плотностью распределения.

*Ряд распределения* представляет собой таблицу, в которой перечислены возможные значения случайной величины и соответствующие им частоты.

Таблица 2.1

Ряд распределения

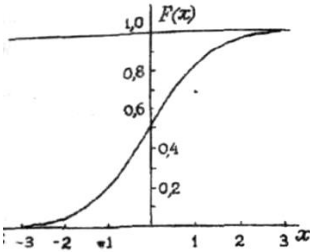
Значение случайной величины, $X_i^*$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	.....	$X_n$
Частоты, $P_i^*$	$P_1^*$	$P_2^*$	$P_3^*$	$P_4^*$	.....	$P_n^*$

$$\sum_{i=1}^n P_i^* = 1,0 \quad (2.1)$$

Эмпирический ряд распределения отображается в виде таблицы, в которой показываються наблюдаемые (эмпирические) значения случайной величины и соответствующие им количества появления этой величины.

Функция распределения – связь между значениями случайной величины и соответствующими вероятностями  $F(x)$ .

Функция распределения  
случайной величины  $X$



Функция плотности распределения  
случайной величины  $X$

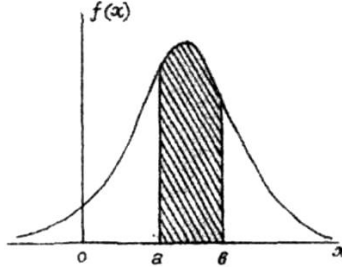


Рис.2.1. Функция распределения и функция плотности распределений случайной величины  $X$

Плотность распределения случайной величины ( $f(x)$ ) — предел отношения вероятности попадания случайной величины  $X$  на малый участок  $\Delta x$  к длине участка при неограниченном ее уменьшении:

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X(x + \Delta x))}{\Delta x} \quad (2.2)$$

Для характеристики случайного процесса необходимо:

1) Эмпирическое среднее - величина, относительно которой группируются, рассеиваются все возможные значения случайной величины.

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^k x_i \frac{m_i}{N} \quad (2.3)$$

2) математическое ожидание  $M(X)$  – представляет собой сумму произведений возможных значений случайных величин на вероятность этих значений.

$$\dot{I} (\tilde{O}) = \sum_{i=1}^k \tilde{o}_i p_i \quad (2.4)$$

3) дисперсия  $\overline{\sigma}^2$  – характеризует ее рассеивание относительно математического ожидания или квадрат отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

$$D(X) = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{X})^2 \cdot p(x_i) \quad (2.5)$$

4) Среднеквадратичное отклонение - представляет собой корень квадратный из дисперсии:

$$\sigma_x = \sqrt{D(X)}. \quad (2.6)$$

Изменение  $\sigma$ , влияет на степень «растяжения» кривой плотности распределения: уменьшение  $\sigma$ , приводит к сужению кривой, увеличению ординат  $f(x)$ .

Характеристики  $D(X)$  и  $\sigma_x$  являются абсолютными показателями. Относительной мерой рассеивания является коэффициент вариации  $V$ .

$$V = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} \quad (2.7)$$

**Задание.** Необходимо решить следующие задачи.

1. Месячный заработок восьми рабочих в бригаде следующий: 7 000, 7 500, 8 000, 7 800, 8 200, 7 300, 8 200 и 8 400 руб. Определите среднюю зарплату рабочего в бригаде, среднеквадратическое отклонение, дисперсию и коэффициент вариации [3].

2. Процент выполнения плана асфальтобетонного завода по месяцам указан в табл. 2.2 [3].

Таблица 2.2

Данные о выполнении плана выпуска продукции на АБЗ

Месяцы	I	II	III	IV	V	VI
Процент выполнения	98	99	103	100	100	99
Месяцы	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Процент выполнения	101	100	105	102	100	108

Примечание. Выпуск смеси осуществляется в V... X месяцах, в I...IV, XI и XII месяцах выполняются ремонтные работы.

Составьте ряд распределения и определите его характеристики ( $x$ ,  $D$ ,  $\sigma$ ).

3. Автосамосвал при вывозке песка для строительства дороги в течение 90 дней имел следующую производительность: в течение 20 дней —  $18 \text{ м}^3$  ежедневно, 30 дней —  $15 \text{ м}^3$ , 35 дней —  $16 \text{ м}^3$ , 5 дней —  $10 \text{ м}^3$ . Какова вероятность достижения дневной производительности самосвала более  $15 \text{ м}^3$  в сутки? [3].



4. Для строительства низководного деревянного моста нужен круглый лес диаметром 30 см. На выделенном лесном участке были сделаны замеры 150 деревьев, результаты замеров представлены в табл. 2.3. Определите попадания дерева диаметром 30...34 см и число таких деревьев, если их общее число на лесосеке 800 шт. [3].

Таблица 2.3

Статистические данные по диаметрам деревьев на лесном участке

Диаметр деревьев, см	До 18	18...22	22... 26	26...30	30...34
Число деревьев	8	10	31	36	25
Диаметр деревьев, см	34...38	38...42	42...46	46... 50	Более 50
Число деревьев	18	8	4	2	3

### Контрольные вопросы

1. Что такое закон распределения случайной величины? Какие законы распределения вы знаете?
2. Назовите основные характеристики случайной величины и приведите их математические выражения.
3. В чем отличие статистического среднего от математического ожидания?
4. Изложите порядок построения гистограммы статистической выборки.
5. Как определить достаточность объема статистической выборки?
6. Изложите правила и укажите физический смысл статистической проверки гипотез о законе распределения случайной величины.
7. Напишите формулу критерия Пирсона и изложите порядок ее использования.
8. Укажите смысл и напишите зависимости критерия Колмогорова.
9. Приведите примеры использования теории вероятностей в экономике дорожного строительства.
10. Приведите примеры использования математической статистики в управлении дорожным строительством.
11. В чем смысл статистического прогнозирования? Что такое ретроспектива и перспектива?

### 3. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ДОРОЖНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

В экономическом анализе дорожного строительства можно выделить широкий круг задач, решаемых методами линейного программирования.

Модель линейного программирования включает: целевую функцию, ограничения и нормировочное условие.

Математическая модель задачи сведется к нахождению минимума функции цели, выражающей суммарные затраты на перевозки всего груза.

*Целевая (или экономическая) функция L* представляет собой линейную зависимость вида

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min(\max), \quad (3.1)$$

где  $C_{ij}$  - стоимость поставки единицы продукции  $j$ -го поставщика  $i$ -му потребителю;

$x_{ij}$  - объем поставки продукции  $j$ -м поставщиком  $i$ -му потребителю;

$n$  - количество потребителей (объектов строительства);

$m$  - количество поставщиков (баз, заводов, карьеров и т. п.).

Показатель  $C_{ij}$ , т. е. «стоимость» является критерием эффективности решения и может иметь более широкий смысл, чем традиционная стоимость в форме финансовых затрат: под «стоимостью» может пониматься время доставки продукции, трудо - или энергозатраты и т.п.

*Ограничения* формируются в форме двух групп неравенств вида:

$$\begin{array}{ll} 1) x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1m} \leq a_1 & 2) x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} \leq b_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2m} \leq a_2 & x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} \leq b_2 \\ \dots \dots \dots & \dots \dots \dots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nm} \leq a_n & x_{1m} + x_{2m} + \dots + x_{nm} \leq b_n \end{array} \quad (3.2)$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_n$  - потребности в материалах, конструкциях 1-го, 2-го, ...,  $n$ -го потребителя;

$b_1, b_2, \dots, b_m$  - объемы запасов материалов, конструкций у 1-го, 2-го, ...,  $m$ -го поставщика.

Первая группа неравенств есть ограничения по потребителям, вторая – по поставщикам.

*Нормировочное условие* отражает неотрицательность переменных  $x_{ij}$ , т.е.  $x_{ij} \geq 0$ .

В дорожном строительстве подобные задачи встречаются довольно часто. Многие из них однотипны по формулировке целевой функции, ограничений, а также по способам получения оптимальных решений. Это позволяет выделить следующие типы задач в области дорожного (транспортного) строительства, решаемых с применением моделей линейного программирования:

1) *материальное обеспечение строительства* (составление оптимального плана поставок материалов и конструкций с нескольких баз, карьеров на объекты строительства);

2) *организация заготовительно-транспортных работ*;

3) *перемещение земляных масс* (распределение грунтов из  $m$  выемок в  $n$  насыпей, а при отсутствии равенства объемов грунта - перемещение грунта выемок в карьеры, либо поставки грунта в насыпь из боковых резервов или грунтовых карьеров);

4) *комплектование специализированных подразделений* (если имеются  $m$  видов работ и  $n$  видов техники, то следует сформировать столько подразделений, чтобы они обеспечили максимальную производительность или максимальный темп строительных работ);

5) *организация ремонта поврежденной техники* (если на дороге работают  $m$  строительных организаций, а в районе строительства имеется  $n$  ремонтных предприятий, надо так распределить неисправную технику этих организаций между ремонтными заводами, чтобы стоимость ремонтов (с учетом доставки техники) была минимальной, либо время возвращения отремонтированной техники на объекты работ бы кратчайшим);

6) *распределение подразделений и организаций по объектам работ* (надо так расставить  $m$  подразделений по  $n$  объектам работ, чтобы это обеспечило наибольшую производительность или максимальный темп работ).

Кроме того, существует большой класс сетевых задач линейного программирования, позволяющих проектировать рациональную сеть транспортных коммуникаций в регионе, выбирать направление обходов барьерных мест.

Чтобы решать практические задачи с применением моделей линейного программирования, необходимо сделать постановку задачи, построить саму модель, а затем выполнить решение. Наибольшую сложность представляет постановка задачи и построение модели.

**Задание.** Необходимо решить следующие задачи.

1. Решите задачу минимизации сети, используя в качестве начального связного множества вершину **4** (см. рис. 3.1) [3].

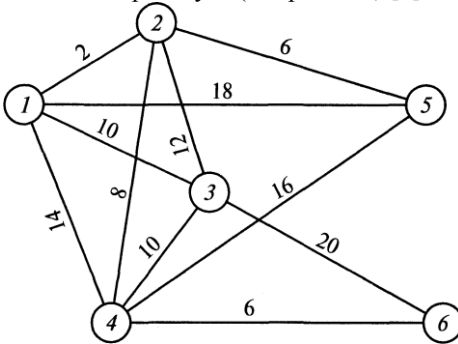


Рис. 3.1 Расстояния между населенными пунктами по возможным направлениям прокладки автомобильных дорог

2. Решите задачу о максимальном потоке на сети, представленной на рис. 3.2 [3].

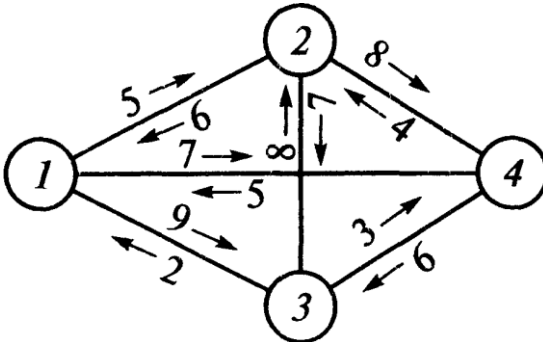


Рис. 3.2. Схема сети

3. Найдите оптимальное решение задачи о поставке песчано-гравийной смеси из трех карьеров на пять объектов строительства. Исходные данные представлены в табл. 3.1 [3].

Таблица 3.1

Исходная матрица для решения контрольной задачи № 3  
Объекты строительства (i)

Карьеры (j)		1	2	3	4	5	6
	1	0,9	1,0	0,6	0,8	0,7	15 000 м <sup>2</sup>
	2	0,8	0,5	0,9	0,7	0,8	8 000 м <sup>2</sup>
	3	0,7	0,6	0,8	0,9	0,6	7 000 м <sup>2</sup>
		3 000 м <sup>2</sup>	7 000 м <sup>2</sup>	2 000 м <sup>2</sup>	8 000 м <sup>2</sup>	10 000 м <sup>2</sup>	

4. Найдите оптимальное решение задачи о перемещении земляных масс из выемок в насыпи. Условия задачи приведены на рис. 3.3 и в табл. 3.2 [3].



Рис. 3.3. Схема расположения выемок (В) и насыпей (Н) на автомобильной дороге (к контрольной задаче № 4)

Таблица 3.2

Исходная матрица для решения контрольной задачи № 4  
Насыпи

Выемки		1	2	3	4	
	1	2,0	1,3	2,5	3,0	10 000 м <sup>3</sup>
	2	3,0	1,5	1,4	2,1	8 000 м <sup>3</sup>
	3	3,0	2,5	1,0	1,5	5 000 м <sup>3</sup>
		8 000 м <sup>3</sup>	4 000 м <sup>3</sup>	6 000 м <sup>3</sup>	5 000 м <sup>3</sup>	

5. Решите предыдущую задачу, используя исходные данные, представленные в табл. 3.3. Приведите задачу к сбалансированной [3].

Таблица 3.3

Исходная матрица для решения контрольной задачи № 4  
Насыпи

Выемки		1	2	3	4	
	1	2,0	1,3	2,5	3,0	10 000 м <sup>3</sup>
	2	3,0	1,5	1,4	2,1	8 000 м <sup>3</sup>
	3	3,0	2,5	1,0	1,5	14 000 м <sup>3</sup>
		10 000 м <sup>3</sup>	6 000 м <sup>3</sup>	6 000 м <sup>3</sup>	7 000 м <sup>3</sup>	

6. Напишите целевые функции и ограничения для задач № 3, 4 [3].

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятиям «целевая функция» и «ограничения». Каков их смысл?
2. Приведите примеры задач в дорожной отрасли, решаемых с применением моделей линейного программирования.
3. В чем различие понятий «постановка задачи» и «построение модели»?
4. Что собой представляют сбалансированная и несбалансированная задачи? Как несбалансированную задачу привести к сбалансированной?
5. Назовите основные методы получения оптимальных моделей с применением моделей линейного программирования.
6. Какие методы построения опорного плана вы знаете?
7. Как улучшить опорный план? Что является признаком оптимальности решения?
8. Изложите сущность алгоритма Флада. Какие задачи можно решать с помощью этого алгоритма?
9. В чем особенность и суть сетевых задач линейного программирования?
10. Приведите примеры транспортных задач на сетях.
11. Изложите суть задачи минимизации сети.
12. Изложите суть задачи о нахождении кратчайшего пути.
13. Каков алгоритм задачи определения максимального потока?

## 4. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В ДОРОЖНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

*Теория массового обслуживания (ТМО)* – наука, занимающаяся изучением систем: билетные кассы, работа экскаватора в забое на погрузке автосамосвала, потоки автомобиля при въезде на автодорогу и пересечение, определяемых им характеристик.

Целью ТМО является отыскание основных характеристик процессов массового обслуживания. ТМО рассматривает систему, в которой через регулярные и нерегулярные интервалы времени поступают требования, подвергающиеся различным операциям обслуживания с постоянной или случайной продолжительностью.

*Например, ремонт дорожной техники в потоке, которая распадается на несколько потоков; пересечение автодороги с железной дорогой.*

Обслуживающая система состоит из аппаратов обслуживания.



Рис. 4.1. Концептуальное представление системы массового обслуживания

Основными количественными характеристиками системы МО являются:

$Y$  – число требований (объектов обслуживания, находящихся в очереди);

$m$  – математическое ожидание числа требований в системе (в очереди на обслуживание);

$t_f$  – время ожидания в очереди до начала обслуживания,  $t_f = Y/\lambda$ ;

$\psi$  – коэффициент использования системы (показатель интенсивности обслуживания);

$\lambda$  – средняя интенсивность потока требований на обслуживание;

$\mu$  – возможная интенсивность обслуживания, определенная пропускной способностью прибора;

$$\psi = \lambda / \mu \quad (4.1)$$

$$t_f + t_0 = ts \quad (4.2)$$

$t_0$  – средняя длительность обслуживания каждого требования,  $t_0 = 1/\mu$ ;

$ts$  – время пребывания требования в системе.

Величина математического ожидания может быть определена по формуле:

$$\bar{m} = \sum_{n=0}^{\infty} n p_n \quad (4.3)$$

где  $n$  – количество требований в системе;

$P_n$  – вероятность того, что в системе максимум  $n$ -требований.

**Задание.** Необходимо решить следующие задачи.

1. Рассчитайте параметры СМО (интенсивность обслуживания, вероятность простоя аппарата обслуживания, относительную и абсолютную пропускные способности), если плотность потока на обслуживание составляет 500 единиц в час, а пропускная способность аппарата обслуживания равна 750 единиц в час.

2. Определите оптимальную интенсивность обслуживания СМО экскаватор-самосвалы, работающей в песчаном карьере, если стоимость машиночаса экскаватора составляет 900 у.е., а самосвала — 550 у.е.

3. Рассчитайте оптимальное число самосвалов с объемом кузова  $7 \text{ м}^3$ , прибывающих на погрузку к экскаватору производительностью  $90 \text{ м}^3/\text{ч}$ , если стоимости машиночаса самосвала и экскаватора равны соответственно 450 и 800 у.е. Время рейса самосвала составляет 0,5 ч.

4. Обоснуйте экономическую целесообразность выбора одного из двух возможных типов асфальтоукладчиков, если строительная организация может выделить на транспортировку асфальтобетонной смеси 15 самосвалов с объемом кузова  $5 \text{ м}^3$ . Продолжительность рейса 1 ч, стоимость машиночаса самосвала 400 у. е. Производительности асфальтоукладчиков 50 и 80 т/ч, стоимости их машиночаса 400 и 800 у.е.

5. Какой должна быть оптимальная загрузка автомобильной дороги, если ее пропускная способность составляет 6 000 авт./сут?

6. Определите срок окупаемости строительства развязки двух автомобильных дорог в месте их пересечения на одном уровне, если стоимость сооружения путепровода 50 млн у.е., потери от простоя одного автомобиля на перекрестке ориентировочно равны 200 у.е./ч. Интенсивность движения по главной дороге (движение с приоритетом) составляет 400 авт./ч, по второстепенной — 150 авт./ч. Пропускные способности главной и второстепенной дорог равны соответственно 1 200 и 850 авт./ч. Нормативный срок окупаемости сооружений подобного типа составляет пять лет.

### Контрольные вопросы

1. Что такое система массового обслуживания? Назовите ее основные параметры.

2. Каковы предмет теории массового обслуживания и показатели эффективности обслуживания?

3. По каким признакам классифицируют системы массового обслуживания? Назовите виды СМО по каждому из этих признаков.

4. Назовите основные классы задач в области транспортного строительства, решаемые с применением моделей массового обслуживания.



5. В чем отличие замкнутых систем массового обслуживания от разомкнутых?

6. Напишите выражения для следующих основных параметров системы массового обслуживания: интенсивность обслуживания, вероятность простоя аппарата обслуживания, относительная и абсолютная пропускные способности СМО, экономическая эффективность обслуживания.

7. Напишите уравнения состояний многоканальной СМО.

8. Поясните логику решения задачи оптимальной загрузки автомобильной дороги. Дайте ее графическую интерпретацию.

## **5. МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ДОРОЖНО-СТРОИТЕЛЬНЫХ РАБОТ**

При проектировании строительства транспортных сооружений обязательным документом является график организации строительства (график производства работ), представляющий своеобразную модель, на которой отображается:

- последовательность выполнения каждой из работ строп комплекса с указанием их взаимосвязей;
- порядок использования материальных ресурсов, техники и силы;
- сроки начала и завершения работ каждым подразделением на порученном ему объекте;
- наличие резервов времени, техники, материальных средств на объектах строительства, а также в строительных подразделениях.

Планирование бывает:

- линейно-календарное – графическая модель строительного процесса;
- сетевой график – логико-математическая модель некоторого процесса, представленная в виде событий и работ. гибкий, мобильный.

Первые опыты внедрения сетевых моделей были проведены в 50-е 20 века в США при разработке ракетного комплекса «ПОЛАРИС».

В СССР первые опыты внедрения сетевых моделей относятся к 60-м (строительство Бурштынской ГРЭС, Лисичанского химкомбината, ряда промышленных объектов). В дорожном строительстве такая модель *впервые была* внедрена на строительстве дороги Москва - Волгоград в 1965. Сроки строительства по сетевым графикам удавалось сократить на 10 - 15% и более.

Сетевой график представляет собой фигуру, состоящую из точек (вершин) и соединяющих их линий (ребер). *Вершины* - события, определяющие возможность начала или окончания различных работ — на графике изображаются кружками, а ребра - операции, составляющие процесс или работы - стрелками.

События нумеруют последовательно. Каждую работу обозначают номерами ограничивающих ее событий. Цифры на стрелках означают продолжительность работы в определенных временных единицах (мин, ч, сут и т.п.). Любая последовательность работ составляет путь.

Основу сетевого графика составляют три элемента: работа, событие и путь.

*Работа* - это самостоятельная трудовая операция, которую можно рассматривать изолированно от других. Различают следующие виды работ:

- *действительная* - трудовой процесс, требующий времени и ресурсов (например, устройство щебеночного основания), обозначается на графике сплошной линией;

- *ожидание* - технологическая операция, требующая времени без затрат ресурсов (например, процесс твердения бетона при устройстве цементобетонного покрытия), обозначается на графике волнистой линией;

- *фиктивная (зависимость)* - указывает только на логическую связь между работами и не требует ни времени, ни ресурсов, обозначается на графике штриховой линией.

Событием называется момент начала или окончания какой-либо работы, является фиксированным фактом ее начала или окончания, не имеет продолжительности. Каждая работа имеет начальное и конечное событие. Работу нельзя начать, пока не наступит ее начальное событие. Событие не может наступить, пока не будут выполнены все работы, для которых оно является конечным.

По отношению к предшествующим и последующим работам события бывают:

- *промежуточные* - выражают получение конечных результатов всех предшествующих и готовность к началу всех непосредственно следующих работ. Они служат одновременно начальными и конечными событиями для разных работ;

- *исходные* - выражают готовность к началу всех непосредственно следующих работ. Они не имеют входящих работ. На сети может быть только одно начальное событие;

- *завершающие* - выражают факт окончания всех работ данного процесса и не имеют выходящих работ. Таких событий в сети может быть одно или несколько (если графики отдельных процессов соединяются в одно целое, например, графики строительства земляного полотна, искусственных сооружений, дорожной одежды соединяются в единый график строительства автодороги).

*Путь* - любая последовательность работ, соединяющая какие-либо два события. Его продолжительность равна суммарной продолжительности составляющих работ. Различают путь:

- *полный* - последовательность работ, соединяющая исходное и завершающее события;

- *промежуточный* - между событиями;

- *критический* - наибольший полный путь.

В сетевом графике всегда несколько полных путей. Максимальный из них - критический. Его продолжительность определяет общий срок выполнения процесса [2].

**Задание.** Необходимо решить следующие задачи.

1. Рассчитайте сетевой график, показанный на рис. 5.1 (найдите ранние и поздние сроки событий, критический путь и резервы времени работ) [3].

2. Определите вероятность своевременного завершения работ на строящемся объекте, если директивный срок ввода объекта в эксплуатацию равен 250 сут, расчетный срок окончания работ по сетевому графику составляет 220 сут. Среднеквадратическое отклонение времени выполнения работ принять равным 0,15 от расчетного срока [3].

3. Рассчитайте резерв времени, необходимый строительной организации для своевременного завершения работ по сетевому графику с вероятностью 0,9, если расчетный срок окончания работ  $T_p = 150$  сут, а среднеквадратическое отклонение составляет 0,1  $T_p$  [3].

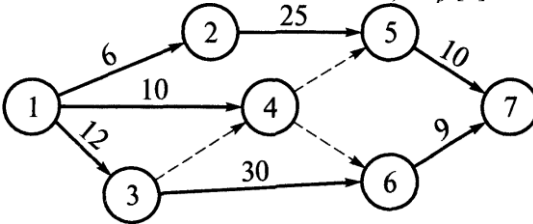


Рис. 5.1. Сетевой график (к задаче № 1)

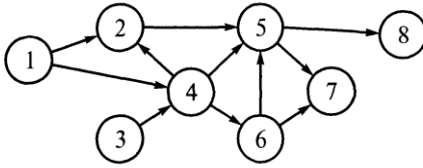


Рис. 5.2. Топологическая основа сетевого графика (к задаче № 4)

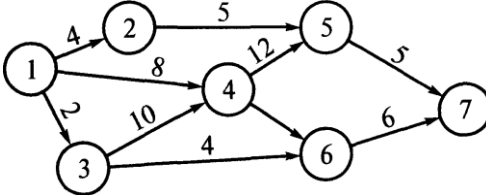


Рис. 5.3. Сетевой график (к задаче № 5)

4. Какие ошибки допущены в построении сетевого графика, представленного на рис. 5.2 [3]?

5. Рассчитайте коэффициент напряженности работ сетевого графика, представленного на рис. 5.3, определите работы критической зоны [3].

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение сетевой модели строительства дороги. В чем ее отличия от традиционного линейного календарного графика?

2. Дайте определения основным элементам сетевой модели: событие, работа, путь. Назовите их характеристики.

3. Назовите основные формы сетевых моделей. В чем их достоинства и недостатки?

4. Какие типичные ошибки встречаются при построении сетевых моделей?

5. Изложите последовательность построения сетевого графика строительства транспортного сооружения (методику построения сетевой модели).

6. Дайте определение понятиям «критический путь» и «критическая зона» на сетевой модели.

7. Что такое коэффициент напряженности работ, путей и как он рассчитывается?

8. В чем отличие вероятностных сетевых моделей от детерминированных?

9. Напишите зависимость для расчета вероятности завершения работ по сетевому графику в заданные сроки.

10. Как рассчитать требуемый резерв времени на сетевом графике, если вероятность своевременного завершения строительства задана, а расчетный срок окончания работ по графику известен?

## 6. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ В ДОРОЖНОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ

*Надежность* – одна из основных характеристик современных технических устройств и сооружений, тесно связанная с их качеством.

*Надежность* – свойство системы (технического устройства, сооружения и т.п.) сохранять требуемые эксплуатационные характеристики в условиях, для которых она была создана.

Например, модули упругости земляного полотна, подстилающего слоя основания и покрытия, могут отклоняться от значений, принимаемых при детерминированных расчетах, в большую или меньшую сторону на 10 – 20%. В процессе производства невозможно точно выдерживать толщину конструктивного слоя, что отражено в правилах приемки готовых слоев (допускаются отклонения от проектной толщины до 10 %). Указанные отклонения могут составить неблагоприятное сочетание, снижающее прочность конструкции и надежность работы дороги в целом.

Обеспечение заданной надежности транспортного сооружения требует учета вероятностных факторов, как на стадии проектирования, так и строительства и эксплуатации сооружения (рис. 6.1).



Рис.6.1. Комплексный подход к обеспечению надежности транспортного сооружения

Таким образом, проблема надежности является комплексной технико-экономической, т.е. Бывает более выгодно обеспечить высокую надежность сооружения уже на стадии проектирования, чем поддерживать его необходимые качества в процессе эксплуатации, выполняя многочисленные ремонты. Т.е. при ТЭО показателей надежности сооружения нужно исходить из условия:

$$C_{\Sigma} = C_{И} + C_{Э} + \bar{C}_{ОТК} n_T \rightarrow \min \quad (6.1)$$

где  $C_{\Sigma}$  - суммарные затраты на изготовление и эксплуатацию сооружения;

$C_{И}$  - стоимость строительства (изготовления) сооружения;

$C_{Э}$  - стоимость эксплуатации в период его исправной работы, не зависящее от возникающих отказов;

$\bar{C}_{ОТК}$  - средняя стоимость устройства 1-го отказа;

$n_T$  - число отказов за полный срок службы сооружения.

Срок службы любой системы ограничен, поэтому необходимо количественно характеризовать свойства надежности.

Основными количественными характеристиками надежности являются:

$P(t)$  – вероятность безотказной работы в течение времени  $t$ ;

$Q(t)$  - вероятность отказа в течение времени  $t$ ;

$Q(t)=1-P(t)$

$a(t)$  – частота отказов или доля отказавших элементов за единицу времени, если отказавшие элементы не заменяются исправными;

$\omega(t)$  – средняя частота отказов или доля отказавших элементов за единицу времени при условии замены отказавших элементов исправными;

$\lambda(t)$  – интенсивность отказов;

$T$  – среднее время безотказной работы;

$t_{cp}$  – наработка на отказ или средняя длительность периода между соседними отказами.

**Задание.** Необходимо решить следующие задачи.

1. Докажите с помощью анализа разности средних наличие тренда износа дорожного покрытия по статистическим данным, представленным в табл. 6.1 [3].

Таблица 6.1

## Исходные данные к контрольной задаче № 1

Номер измерения	Время измерения	Износ, мм
1	Февраль 1999 г.	0Д
2	Март 1999 г.	0,2
3	Май 1999 г.	0,2
4	Июнь 1999 г.	0,2
5	Июль 1999 г.	0,3
6	Август 1999 г.	0,4
7	Сентябрь 1999 г.	0,4
8	Июнь 2000 г.	0,2
9	Сентябрь 2000 г.	0,3
10	Май 2001 г.	0,6
11	Сентябрь 2001 г.	0,8
12	Июнь 2002 г.	1,0
13	Сентябрь 2002 г.	1,2
14	Август 2003 г.	1,6

Таблица 6.2

## Результаты измерений толщины слоя асфальтобетона

Номер измерения	1	2	3	4	5	6
Толщина слоя, см	9,6	10,8	11,4	10,6	10,9	9,1

Номер измерения	7	8	9	10	11	12
Толщина слоя, см	8,6	10	10,5	9,8	9,0	11,0

2. Решите предыдущую задачу с применением метода Форстера — Стюарта [3].

3. При устройстве асфальтобетонного покрытия толщиной 10 см допускается отклонение от проектной толщины в пределах  $\pm 1$  см. В целях контроля качества работ сделано 12 замеров свежееуложенного слоя (табл. 6.2). Сделайте заключение о соблюдении норм качества [3].

4. По данным табл. 6.2 рассчитайте границы критической области ( $K_n$ ,  $K_e$ ), а также предупредительные границы [3].

## Контрольные вопросы

1. Дайте определение термина «надежность транспортного сооружения».
2. Что такое статистический учет и статистический анализ в работе транспортного сооружения?
3. Какова последовательность обработки статистических данных о работе транспортного сооружения?
4. Какова роль статистического анализа в проектировании транспортного сооружения с заданной надежностью?
5. Изложите суть прогнозирования на основе статистического анализа.
6. Какие виды статистических прогнозов вы знаете? Раскройте суть понятий «ретроспектива», «перспектива» и «тенденция развития».
7. В чем заключается сущность статистического контроля качества?
8. Назовите критерии существования статистического тренда.
9. Каков общий подход к статистической оценке надежности транспортного сооружения на стадии его эксплуатации?
10. В чем заключается статистическая проверка наличия временного тренда показателей надежности транспортного сооружения?
11. В чем суть сглаживания статистических данных? Какие методы статистического сглаживания существуют?
12. Изложите суть методики проверки гипотезы о наличии временного тренда на основе разности средних.
13. В чем суть метода Форстера и Стюарта, используемого для проверки гипотезы о наличии тренда?

## Библиографический список

1. Золотарь, И.А. Экономико-математические методы в дорожном строительстве: учеб. пособие / И.А. Золотарь. - М.: Транспорт, 1974. – 246с.
2. Карасев, А.И. Математические методы и модели в планировании: учеб. пособие для экон. вузов / Н.Ш. Кремер, Т.И.Васильева; под общ. ред. А.И. Карасева; - М.: Экономика, 1987. - 240с.
3. Мальцев, Ю.А. Экономико-математические методы проектирования транспортных сооружений: учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / Ю.А. Мальцев. - М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 320 с.



**Оглавление**

1. Определение критерия оптимальности с использованием математических моделей.....	4
2. Прикладные вопросы теории вероятностей в дорожном строительстве.....	6
3. Применение моделей линейного программирования в дорожном строительстве.....	10
4. Применение моделей массового обслуживания в дорожном строительстве.....	14
5. Модели сетевого планирования дорожно-строительных работ.....	17
6. Применение теории надежности в дорожном строительстве.....	21
Библиографический список.....	24

Учебное издание

## **Экономико-математические методы проектирования транспортных сооружений**

Методические указания к выполнению практических  
и индивидуальных домашних заданий  
для студентов направления 08.03.01– Строительство,  
профиля «Автомобильные дороги и аэродромы»

Составители: **Гнездилова** Светлана Александровна  
**Погромский** Алексей Сергеевич

Подписано в печать 31.02.17 . Формат 60x84/ 16. Усл.печ.л. 1,4 .Уч-изд.л. 1,6.  
Тираж экз. Заказ Цена  
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете  
им. В.Г. Шухова  
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46